**Trabajo Práctico N° 2:**

**Demostraciones, Conjuntos y Funciones.**

**Ejercicio 1.**

*Demostrar que la suma de 3 números enteros consecutivos es un múltiplo de 3. (Un múltiplo de 3 es un número que puede escribirse como 3 por un número entero: si 𝑎 es múltiplo de 3, entonces, 𝑎= 3ℎ, ℎ entero).*

Proposición:

“La suma de 3 números enteros consecutivos es un múltiplo de 3”.

“Si a, (a + 1), [(a + 1) + 1] , entonces, a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 3k, con k ”.

Método directo:

Se parte de antecedente verdadero, para llegar a consecuente verdadero:

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= a + a + 1 + a + 1 + 1

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 3a + 3

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 3 (a + 1),

donde (a + 1) .

Por lo tanto, al llegar a consecuente verdadero, queda demostrada la proposición.

Método del absurdo:

Se parte de antecedente verdadero y consecuente falso, para llegar a un absurdo:

a, (a + 1), [(a + 1) + 1] a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 3k + 1

a, (a + 1), [(a + 1) + 1] a + a + 1 + a + 1 + 1= 3k + 1

a, (a + 1), [(a + 1) + 1] 3a + 3= 3k + 1

a, (a + 1), [(a + 1) + 1] 3 (a + 1)= 3k + 1,

donde (a + 1) .

Por lo tanto, al llegar a un absurdo (ningún número, a la vez, es y no es múltiplo de 3), queda demostrada la proposición.

Método indirecto:

Se parte de consecuente falso, para llegar a antecedente falso:

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 3k + 1

a + a + 1 + a + 1 + 1= 3k + 1

3a + 3= 3k + 1

3a= 3k + 1 - 3

3a= 3k - 2

a=

a= k - .

a + 1= k + .

(a + 1) + 1= k + .

Por lo tanto, al llegar a antecedente falso, queda demostrada la proposición.

**Ejercicio 2.**

*Demostrar que, si el cuadrado de un número entero 𝑤 es par , el cuadrado del anterior a 𝑤 es impar.*

Proposición:

“Si el cuadrado de un número entero w es par, el cuadrado del anterior a w es impar”.

“Si = 2k, entonces, = 2k + 1, con k ”.

Método del absurdo:

Se parte de antecedente verdadero y consecuente falso, para llegar a un absurdo:

= 2k = 2k

= 2k - 2w + 1= 2k

= 2k = 2k + 2w - 1

= 2k = 2 (k + w) - 1,

donde (k + w) .

Por lo tanto, al llegar a un absurdo (ningún número, a la vez, es par e impar), queda demostrada la proposición.

Método indirecto:

Se parte de consecuente falso, para llegar a antecedente falso:

= 2k

- 2w + 1= 2k

= 2k + 2w - 1

= 2 (k + w) - 1,

donde (k + w) .

Por lo tanto, al llegar a antecedente falso, queda demostrada la proposición.

**Ejercicio 3.**

*Demostrar que la suma de 3 números enteros consecutivos, si el primero es impar, es múltiplo de 6.*

Proposición:

“Si el primer número es impar, entonces, la suma de 3 números enteros consecutivos es múltiplo de 6”.

“Si a= 2k + 1, entonces, a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 6k, con k ”.

Método directo:

Se parte de antecedente verdadero, para llegar a consecuente verdadero:

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= (2k + 1) + [(2k + 1) + 1] + {[(2k + 1) + 1] + 1}

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 2k + 1 + 2k + 1 + 1 + 2k + 1 + 1 + 1

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 6k + 6

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 6 (k + 1),

donde (k + 1) .

Por lo tanto, al llegar a consecuente verdadero, queda demostrada la proposición.

Método del absurdo:

Se parte de antecedente verdadero y consecuente falso, para llegar a un absurdo:

a= 2k + 1 a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 6k + 3

a= 2k + 1 a + a + 1 + a + 1 + 1= 6k + 3

a= 2k + 1 3a + 3= 6k + 3

a= 2k + 1 3a= 6k + 3 - 3

a= 2k + 1 3a= 6k

a= 2k + 1 a=

a= 2k + 1 a= 2k.

Por lo tanto, al llegar a un absurdo (ningún número, a la vez, es impar y par), queda demostrada la proposición.

Método indirecto:

Se parte de consecuente falso, para llegar a antecedente falso:

a + (a + 1) + [(a + 1) + 1]= 6k + 3

a + a + 1 + a + 1 + 1= 6k + 3

3a + 3= 6k + 3

3a= 6k + 3 - 3

3a= 6k

a=

a= 2k.

Por lo tanto, al llegar a antecedente falso, queda demostrada la proposición.

**Ejercicio 4.**

*Recordar que un número racional o fraccionario es aquel que puede expresarse como cociente de enteros, es decir si 𝑥= y 𝑏 0 , se dice que 𝑥 es un número racional. Un número es irracional si no puede escribirse como cociente de enteros, por ejemplo: , , . Demostrar que la suma de un número racional y un irracional es un número irracional.*

Proposición:

“Si a es un número racional y b es un número irracional, entonces, su suma es un número irracional”.

“Si a= y b , entonces, (a + b) ”.

Método directo:

Se parte de antecedente verdadero, para llegar a consecuente verdadero:

a + b= + b .

Por lo tanto, al llegar a consecuente verdadero, queda demostrada la proposición.

Método absurdo:

Se parte de antecedente verdadero y consecuente falso, para llegar a un absurdo:

a= y b (a + b)

a= y b + b=

a= y b b= -

a= y b b= ,

donde x, y, w, z .

Por lo tanto, al llegar a un absurdo (ningún número, a la vez, es irracional y racional), queda demostrada la proposición.

Método indirecto:

Se parte de consecuente falso, para llegar a antecedente falso:

(a + b)

+ b=

b= -

b= ,

donde x, y, w, z .

Por lo tanto, al llegar a antecedente falso, queda demostrada la proposición.

**Ejercicio 5.**

*Escribir por extensión los siguientes conjuntos:*

**(a)** *A= {x: x 1 x 9}.*

A= {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

**(b)** *A= {x: x x + 3= 7}.*

A= {4}.

**(c)** *B= {y: y -2 y 3}.*

B= {-1, 0, 1, 2, 3}.

**(d)** *C= {x: x es una vocal de la palabra “número”}.*

C= {e, o, u}.

**(e)** *D= {x: x es un dígito de la cifra 453425}.*

D= {2, 3, 4, 5}.

**(f)** *E= {z: z es un dígito primo de la cifra 729634}.*

E= {2, 3, 7}.

**(g)** *A= {w: w w es divisor de 50}.*

A= {1, 2, 5, 10, 25, 50}.

**(h)** *H= {w: w 9}.*

H= {1, 2, 3}.

**(i)** *F= {a: a -4 a + 2 5}.*

F= {-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}.

**(j)** *G= {x: x 3 x - 4 8}.*

G= {7, 8, 9, 10, 11, 12}.

**(k)** *W= {x: x= 4k + 2 k 0 k 5}.*

W= {2, 6, 10, 14, 18, 22}.

**(l)** *F= {x: x= 6k + 3 k 0 k 4}.*

F= {3, 9, 15, 21, 27}.

**Ejercicio 6.**

*Definir por comprensión los siguientes conjuntos:*

**(a)** *El conjunto de los números enteros pares mayores que -8 y menores o iguales que 12.*

A= {x: x  x= 2k k  -3 k 6}.

**(b)** *El conjunto de las primeras seis potencias naturales de -2.*

B= {x: x  x= k  k 6}.

**(c)** *El conjunto de los números naturales pares.*

C= {x: x  x= 2k k }.

**(d)** *El conjunto de los enteros múltiplos de 3.*

D= {x: x  x= 3k k }.

**(e)** *El conjunto de los naturales múltiplos de 5.*

E= {x: x  x= 5k k }.

**(f)** *El conjunto de los enteros múltiplos de 9.*

F= {x: x  x= 9k k }.

**(g)** *El conjunto de los números reales que anulan la ecuación ( - x) ( - 3) (x + 5).*

G= {x: x ( - x) ( - 3) (x + 5)= 0}.

**(h)** *El conjunto de los enteros que son el siguiente de los múltiplos de 3.*

H= {x: x x= 3k + 1 k }.

**(i)** *El conjunto de los enteros que son el resultado de sumarle 2 a los múltiplos de 4.*

I= {x: x x= 4k + 2 k }.

**(j)** *El conjunto de los enteros que son el resultado de sumarle 5 a los múltiplos de 10.*

J= {x: x x= 10k + 5 k }.

**Ejercicio 7.**

*Indicar si los siguientes pares de conjuntos son iguales, son distintos o alguno está incluído en el otro:*

**(a)** *A= {x: x x es divisor de 6}; B= {1, 2, 3, 6}.*

A= B.

**(b)** *A= {x: x x es divisor de 5}; B= {x: x 2 x 5}.*

A B.

**(c)** *A= {x: x x es divisor de 12}; B= {1, 2, 3, 4}.*

B A.

**(d)** *A= {x: x - 4x + 4= 0}; B= {x: x 1 5}.*

A= B.

**(e)** *A= {x: x 2x= x}; B= {0}.*

A= B.

**Ejercicio 8.**

*En cada caso, escribir por comprensión los conjuntos que se mencionan.*

**(a)** *Probar que los múltiplos naturales de 18 son múltiplos de 6.*

A= {x: x x= 18k k }= {x: x x= 6 (3k) k }.

B= {x: x x= 6k k }.

**(b)** *Probar que los múltiplos enteros de 60 son múltiplos de 15.*

A= {x: x x= 60k k }= {x: x x= 15 (4k) k }.

B= {x: x x= 15k k }.

**(c)** *Probar que los múltiplos enteros de 12 son pares.*

A= {x: x x= 12k k }= {x: x x= 2 (6k) k }.

B= {x: x x= 2k k }.

**(d)** *¿Son todos los múltiplos naturales de 3 múltiplos de 21?*

A= {x: x x= 3k k }.

B= {x: x x= 21k k }= {x: x x= 3 (7k) k }.

Por lo tanto, no todos los múltiplos naturales de 3 son múltiplos de 21.

**(e)** *¿Son todos los múltiplos enteros de 13 múltiplos de 39?*

A= {x: x x= 13k k }.

B= {x: x x= 39k k }= {x: x x= 13 (3k) k }.

Por lo tanto, no todos los múltiplos naturales de 13 son múltiplos de 39.

**(f)** *Probar que los múltiplos enteros de 39 son múltiplos de 13.*

A= {x: x x= 39k k }= {x: x x= 13 (3k) k }.

B= {x: x x= 13k k }.

**(g)** *Sean B el conjunto de los múltiplos enteros de -5 y C el conjunto de los múltiplos enteros de 5, probar que B= C.*

B= {x: x x= -5k k }= {x: x x= 5 (-k) k }.

C= {x: x x= 5k k }= {x: x x= -5 (-k) k }.

**Ejercicio 9.**

*Sean A= {x: x= 10k + 5 k } y B= {x: x= 5h h } conjuntos.*

**(a)** *Probar que A B.*

𝐴= {x: x= 10k + 5 k }

𝐴= {x: x= 5 \* 2k + 5 k }

𝐴= {x: x= 5 (2k + 1) k (k + 1) }.

Por lo tanto, queda demostrado que A B.

**(b)** *¿El número 40 es un elemento de 𝐴 ? ¿Y de 𝐵 ? Justificar la respuesta.*

40= 10k + 5

10k= 40 - 5

10k= 35

k=

k= 3,5 .

Por lo tanto, 40 no es un elemento de A.

40= 5h

h=

h= 8 .

Por lo tanto, 40 es un elemento de B.

**(c)** *¿Está el conjunto 𝐵 incluído en 𝐴? Justificar la respuesta.*

Para que B A, todo elemento de B sería elemento de A y, como se vió anteriormente, existe, al menos, un elemento de B que no es elemento de A. Por lo tanto, el conjunto B no está incluído en el conjunto A.

**Ejercicio 10.**

*Sean A= {x: x= 4k + 2 k } y B= {x: x= 2h h } conjuntos.*

**(a)** *Probar que A B.*

𝐴= {x: x= 4k + 2 k }

𝐴= {x: x= 2 \* 2k + 2 k }

𝐴= {x: x= 2 (2k + 1) k (k + 1) }.

Por lo tanto, queda demostrado que A B.

**(b)** *¿A y B son el mismo conjunto? Justificar la respuesta.*

Se debe demostrar que A B (demostrado en inciso (a)) y B A.

Sea 4= 2h, con h= 2 , entonces, 4 B. Si 4 A, 4= 4k + 2, para algún k , pero esto no sucede para ningún k , entonces, 4 A. Entonces, B A.

Por lo tanto, A y B no son el mismo conjunto.

**Ejercicio 11.**

*Sean A= {1, 2}, B= {1, 2, 3, 6}, C= {x: x= 2k k }, D= {x: x= 3m m } y U= .*

**(a)** *Expresar por comprensión A .*

A = .

**(b)** *Expresar por comprensión .*

= - {1, 2}.

**(c)** *Expresar por extensión A C.*

A C= {2}.

**(d)** *Expresar por extensión B - (D A).*

B - (D A)= B -

B - (D A)= B

B - (D A)= {1, 2, 3, 6}.

**(e)** *Expresar por comprensión .*

= {x: x x 2k k }.

**(f)** *Expresar por comprensión . Recordar que, por las propiedades mencionadas, se puede calcular como .*

=

= {x: x - {3, 6}}.

**(g)** *Expresar por extensión (A B) (A C). Según las propiedades enunciados, ¿de qué otra forma se podría calcular?*

(A B) (A C)= {1, 2, 3, 6} {1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, …}

(A B) (A C)= {1, 2, 6}.

A (B C)= {1, 2} {2, 6}

A (B C)= {1, 2, 6}.

**(h)** *Expresar por comprensión .*

=

= {x: x }.

**(i)** *Expresar por comprensión .*

=

= {x: x x 1 x 2k k }.

**Ejercicio 12.**

*Sean A= {x: x= 5w w } y B= {x: x 1 x + 2 7}.*

**(a)** *Hallar por extensión los conjuntos: A B y B - A.*

A B= {0, 5}.

B - A= {-1, 1, 2, 3, 4}.

**(b)** *Definir un conjunto H, que cumpla que H B.*

H= {x: x 2 x + 2 7}.

H B.

**Ejercicio 13.**

*Sean los conjuntos A= {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B= {x: x= 4k k } y C= {3, 4, 5, 6, 7, 8}.*

**(a)** *Hallar y expresar por extensión: A (B C) y C - (A - B).*

A (B C)= {1, 2, 3, 4, 5, 6} {3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, …}

A (B C)= {3, 4, 5, 6}.

C - (A - B)= {3, 4, 5, 6, 7, 8} - {1, 2, 3, 5, 6}

C - (A - B)= {4, 7, 8}.

**(b)** *Hallar un conjunto D que esté incluído en B.*

D= {x: x= 8k k }= {x: x= 4 (2k) k }.

D B.

**Ejercicio 14.**

*Sean P el conjunto de los enteros pares e I el conjunto de los enteros impares y U= .*

**(a)** *Expresar por comprensión: P I, P - I, I - P, , .*

P I= .

P - I= P= {x: x x= 2k k }.

I - P= I= {x: x x= 2k + 1 k }.

= I= {x: x x= 2k + 1 k }.

= P= {x: x x= 2k k }.

**(b)** *Probar que P I= . Indicaciones: probar por el absurdo, suponiendo que fuera distinto del , es decir, que existe un número m que es, a la vez, elemento de P y elemento de I .*

Proposición:

“Si P es el conjunto de los enteros pares e I es el conjunto de los enteros impares, entonces, su intersección es vacía”.

“Si P= {x: x x= 2k k } I= {x: x x= 2k + 1 k }, entonces, P I= ”.

Método del absurdo:

Se parte de antecedente verdadero y consecuente falso, para llegar a un absurdo:

P= {x: x x= 2k k } I= {x: x x= 2k + 1 k } P I= a.

Entonces, a= 2k y a= 2k + 1, k .

Por lo tanto, al llegar a un absurdo (ningún número, a la vez, es par e impar), queda demostrada la proposición.

**Ejercicio 15.**

*Si T es un conjunto de enteros múltiplos de 3 y C= {x: x x= 3k + 1 k } y U= .*

**(a)** *Hallar T C.*

T C= .

**(b)** *Hallar .*

= {x: x x= 3k + 2 k }.

**Ejercicio 16.**

*Hallar el producto cartesiano E x F de los conjuntos E= {-2, -1, 0, 1} y F= {2, 3} y representarlo en como puntos del plano.*

E x F= {(-2, 2), (-2, 3), (-1, 2), (-1, 3), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3)}.

Gráfico.

**Ejercicio 17.**

*Si A= {1, 2, 3}, B= {-2, -1, 6} y C= {6, 7} son conjuntos, hallar A x (B C) y (A x B) (A x C) y verificar que son iguales.*

A x (B C)= {1, 2, 3} x {6}

A x (B C)= {(1, 6), (2, 6), (3, 6)}.

(A x B) (A x C)= {(1, -2), (1, -1), (1, 6), (2, -2), (2, -1), (2, 6), (3, -2), (3, -1), (3, 6)} {(1, 6), (1, 7), (2, 6), (2, 7), (3, 6), (3, 7)}

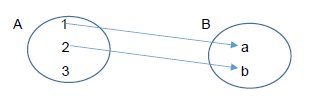
(A x B) (A x C)= {(1, 6), (2, 6), (3, 6)}.

Por lo tanto, A x (B C)= (A x B) (A x C).

**Ejercicio 18.**

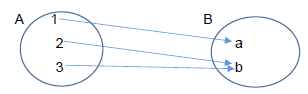
*Indicar si las siguientes relaciones son o no funciones, justificando lo que se afirma. En caso de serlo, indicar la imagen:*

**(a)**



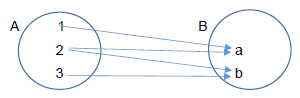
Esta relación no es una función, ya que existe elemento de A (3) al que no se le asigna un único elemento de B.

**(b)**



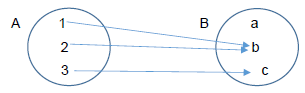
Esta relación es una función, ya que a todo elemento de A se le asigna un único elemento de B. La imagen de esta función es {a, b}.

**(c)**



Esta relación no es una función, ya que existe elemento de A (2) al que se le asigna más de un elemento de B.

**(d)**



Esta relación es una función, ya que a todo elemento de A se le asigna un único elemento de B. La imagen de esta función es {b, c}.

**(e)** *Si A= {1, 2, 3} y B= {x, y, z}:*

**(i)** *f: A B, f= {(1, x), (2, z)}.*

Esta relación no es una función, ya que existe elemento de A (3) al que no se le asigna un

único elemento de B.

**(ii)** *g: A B, g= {(1, y), (2, x), (2, z), (3, y)}.*

Esta relación no es una función, ya que existe elemento de A (2) al que se le asigna más de un elemento de B.

**(iii)** *h: A B, h= {(1, y), (2, x), (3, y)}.*

Esta relación es una función, ya que a todo elemento de A se le asigna un único elemento de B. La imagen de esta función es {x, y}.

**Ejercicio 19.**

*Sea A el conjunto de los alumnos de Matemática 1. Determinar cuál de las siguientes*

*asignaciones define una función sobre A:*

**(a)** *Asignarle a cada estudiante su edad.*

Esta asignación define una función sobre A (dado que cada estudiante tiene sólo una edad).

**(b)** *Asignarle a cada estudiante su profesor.*

Esta asignación define una función sobre A (siempre que no exista un estudiante que tenga más de un profesor).

**(c)** *Asignarle a cada estudiante su hermana mujer.*

Esta asignación no define una función sobre A (siempre que exista, al menos, un estudiante que tenga más de una hermana mujer).

**Ejercicio 20.**

*Dada f: - {5} , f (x)= , determinar:*

**(a)** *f (-1).*

f (-1)=

f (-1)=

f (-1)=

f (-1)= .

**(b)** *f (0).*

f (0)=

f (0)=

f (0)= .

**(c)** *f (2).*

f (2)=

f (2)=

f (2)= .

**(d)** *f ().*

f ()=

f ()=

f ()= .

**Ejercicio 21.**

*Dada g: , g (t)= , determinar:*

**(a)** *g (0).*

g (0)=

g (0)=

g (0)=

g (0)= 1.

**(b)** *g ().*

g ()=

g ()=

g ()=

g ()= .

**(c)** *g (3).*

g (3)=

g (3)=

g (3)= .

**Ejercicio 22.**

*Un rectángulo tiene 100 cm de perímetro. Expresar el área del rectángulo en función de la longitud de uno de sus lados. Graficar la función obtenida, utilizando el eje x para indicar la longitud del lado elegido y el eje y para indicar el área. ¿Cuál es el área máxima?*

P= 2 ( + )

100= 2 ( + )

+ =

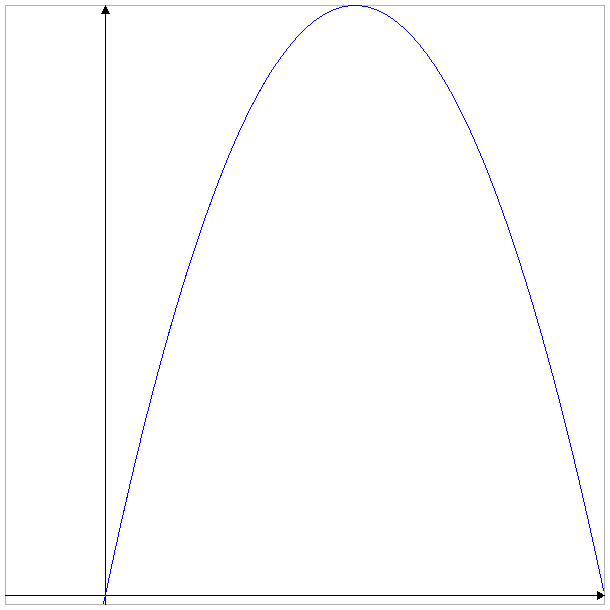
+ = 50.

= 50 - .

A (, )=

A ()= (50 - )

A ()= 50 - .



A´ ()= 50 - 2.

A´ ()= 0

50 - 2= 0

2= 50

=

= 25.

A (25)= 50 \* 25 -

A (25)= 1250 - 625

A (25)= 625.

Por lo tanto, el área máxima es 625 .

**Ejercicio 23.**

*Se desea construir un depósito de base cuadrada (sin tapa) y 10 de capacidad. Expresar la superficie lateral del depósito en función de la longitud del lado de la base.*

h= ,

donde h es la altura del depósito, V es la capacidad y b es la longitud del lado de la base.

S (b)= 4bh

S (b)= 4b

S (b)= 4

S (b)= 4

S (b)= ,

donde S (b) es la superficie lateral del depósito en función de la longitud del lado de la base.

**Ejercicio 24.**

*Una lámina metálica rectangular mide 5 m de ancho y 8 m de largo. Se van a cortar cuatro cuadrados iguales en las esquinas para doblar la pieza metálica resultante y soldarla para formar una caja sin tapa. Expresar el volumen de la caja en función de su altura.*

a= 5 - 2h; l= 8 - 2h,

donde a es el ancho, l es el largo y h es la altura de la caja sin tapa.

V (h)= alh

V (h)= (5 - 2h) (8 - 2h) h

V (h)= 40h - 10 - 16 + 4

V (h)= 4 - 16 + 40h,

donde V (h) es el volumen de la caja en función de su altura.

**Ejercicio 25.**

*Estudiar si las siguientes funciones son iguales. Justificar.*

*f: definida por f (x)= x + 2 y g: - {2} definida por g (x)= .*

g (x)=

g (x)=

g (x)= x + 2.

Por lo tanto, si se redefine el dominio de g en , estas funciones (f y g) son iguales.

**Ejercicio 26.**

*Usar una fórmula para definir cada una de las siguientes funciones de en :*

**(a)** *f asigna a cada número su cubo.*

f (x)= .

**(b)** *g asigna a cada número el 5.*

g (x)= 5.

**(c)** *h asigna a cada número 4 más su cuadrado.*

h (x)= 4 + .

**(d)** *w asigna a cada número su cubo más el doble del número.*

w (x)= + 2x.

**Ejercicio 27.**

*Se define la función floor o suelo: , como la función que a cada número real le asigna el mayor entero menor o igual que el número. Así, suelo (2,5)= 2, suelo (-3,7)= --4, suelo (5)= 5. Se nota también como suelo (x)= . Hallar el valor de:*

**(a)** .

suelo ()=

suelo ()= 2.

**(b)** .

suelo ()=

suelo ()= 0.

**(c)** .

suelo ( - 9)=

suelo ( - 9)=

suelo ( - 9)= -7.

**Ejercicio 28.**

*Se define la función ceiling o techo: , como la función que a cada número real le asigna el menor entero mayor o igual que el número. Así, techo (2,5)= 3, techo (-3,7)= -3, techo (5)= 5. Se nota también como techo (x)= . Hallar el valor de:*

**(a)** .

techo ()=

techo ()= 4.

**(b)** .

techo ( + )=

techo ( + )= 2.

**(c)** .

techo ( - 7)=

techo ( - 7)=

techo ( - 7)= 6.

**Ejercicio 29.**

*Se define la función factorial , como la función que a cada número natural le asigna el producto de todos los números naturales desde el número hasta el 1, suele escribirse en forma decreciente. Así, factorial (1)= 1, factorial (2)= 2 \* 1, factorial (3)= 3 \* 2 \* 1, factorial (4)= 4 \* 3 \* 2 \* 1. La notación habitual es factorial (n)= n!. Por definición, 0!= 1. Hallar el valor de:*

**(a)** *4!.*

factorial (4)= 4!

factorial (4)= 4 \* 3 \* 2 \* 1

factorial (4)= 24.

**(b)** *5!.*

factorial (5)= 5!

factorial (5)= 5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1

factorial (5)= 120.

**(c)** *6!.*

factorial (6)= 6!

factorial (6)= 6 \* 5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1

factorial (6)= 720.

**Ejercicio 30.**

*Sean A= {1, 2, 3, 4} y B= {a, b, c} conjuntos. Definir una función con dominio A y codominio B, que sea suryectiva.*

1 a.

2 a.

2 b.

3 c.

4 c.

Por lo tanto, esta función A B es suryectiva porque (y) (y B (x) (x A y= f (x))) o, equivalentemente, porque Im (f)= Codom (f).

**Ejercicio 31.**

*Sean A= {1, 2, 3, 4} y B= {a, b, c, d, e} conjuntos. Definir una función con dominio A y codominio B, que sea inyectiva.*

1 a.

2 b.

3 c.

4 d.

Por lo tanto, esta función A B es inyectiva porque () () ( f () f ()) o, equivalentemente, porque () () (f ()= f () = ).

**Ejercicio 32.**

*Definir conjuntos finitos A, B, C, D, E y realizar diagramas de flechas para definir una función:*

**(a)** *f: B C que sea inyectiva y no suryectiva.*

B= {1, 2, 3, 4}.

C= {a, b, c, d, e}.

1 a.

2 b.

3 c.

4 d.

**(b)** *g: D E que sea suryectiva y no inyectiva.*

D= {1, 2, 3, 4}.

E= {a, b, c}.

1 a.

2 a.

2 b.

3 c.

4 c.

**(c)** *f: B A que sea biyectiva. Definir la función inversa.*

B= {1, 2, 3, 4}.

A= {a, b, c, d}.

1 a.

2 b.

3 c.

4 d.

: A B.

a 1.

b 2.

c 3.

d 4.

**Ejercicio 33.**

*Indicar si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos justificando lo que afirma:*

**(a)** *“Una recta horizontal es la gráfica de una función inyectiva”.*

Este enunciado es FALSO, ya que el único elemento de la imagen tiene asociado infinitos valores del dominio.

**(b)** *“Una recta vertical es la gráfica de una función”.*

Este enunciado es FALSO, ya que el único elemento del dominio tiene asociado infinitos elementos del codominio.

**(c)** *“Una parábola con eje paralelo al eje y es la gráfica de una función inyectiva”.*

Este enunciado es FALSO, ya que cada elemento de la imagen (excepto en el vértice de la parábola) tiene asociado dos elementos del dominio.

**(d)** *“Una parábola con eje paralelo al eje x es la gráfica de una función”.*

Este enunciado es FALSO, ya que cada elemento del dominio (excepto en el vértice de la parábola) tiene asociado dos elementos del codominio.

**(e)** *“Una circunferencia es la gráfica de una función”.*

Este enunciado es FALSO, ya que cada elemento del dominio (excepto en los extremos laterales de la circunferencia) tiene asociado dos elementos del codominio.

**(f)** *“Dos conjuntos finitos entre los que se establece una función biyectiva pueden tener distinta cantidad de elementos”.*

Este enunciado es FALSO, ya que, si se establece una función biyectiva entre dos conjuntos finitos, entonces, estos tienen la misma cantidad de elementos.

**Ejercicio 34.**

*Para las funciones del ejercicio 16, indicar si son inyectivas, suryectivas o biyectivas.*

El producto cartesiano del ejercicio 16 no es una función.

**Ejercicio 35.**

*Para las funciones del ejercicio 17, indicar si son inyectivas. Definir, para cada una, un codominio de manera que sean suryectivas y otro para que no lo sean.*

A x (B C)= (A x B) (A x C)= {(1, 6), (2, 6), (3, 6)}.

Estas funciones no son inyectivas. El codominio de manera que sean suryectivas es Codom= {6} y un codominio para que no lo sean es Codom= {6, 7}.

**Ejercicio 36.**

*Analizar si las funciones suelo, techo y factorial son funciones inyectivas, suryectivas o biyectivas.*

* La función “suelo” no es inyectiva, es suryectiva y, por lo tanto, no es biyectiva.
* La función “techo” no es inyectiva, es suryectiva y, por lo tanto, no es biyectiva.
* La función “factorial” es inyectiva, no es suryectiva y, por lo tanto, no es biyectiva.